

Nazwa przedmiotu <i>Teoria miary i całki</i> <i>Theory of Measure and Integration</i>		Kod ECTS 3.1.KRK.12TX.TMIC			
Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot <i>Uniwersytet Opolski, Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki, Instytut Matematyki i Informatyki</i>					
Studia					
	Kierunek <i>Matematyka</i>	stopień <i>Drugi</i>	tryb <i>Stacjonarne</i> <i>Niestacjonarne^{*)}</i>	specjalność	specjalizacja
Nazwisko osoby prowadzącej (osób prowadzących) Pracownicy Katedry Analizy Matematycznej					
Formy zajęć, sposób ich realizacji i przypisana im liczba godzin		Liczba punktów ECTS: 7 <i>Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta:</i> <ul style="list-style-type: none"> • 7 godz. – wstępny przegląd literatury, poszerzanie treści wykładu [^{*)} 7] • 15×2 godz. = 30 godz. – udział w wykładach [^{*)} 18] • 15×2 godz. = 30 godz. – udział w konwersatoriach [^{*)} 18] • 15×1 godz. = 15 godz. – analiza i przyswojenie treści wykładu [^{*)} 24] • 5 × 2 godz. = 10 godz. – udział w konsultacjach do wykładu (co trzeci wykład) [^{*)} 4] • 13×3 godz. = 39 godz. – przygotowanie do konwersatoriów [^{*)} 52] • 7 × 2 godz. = 14 godz. – udział w konsultacjach do konwersatorium (co drugie) [^{*)} 6] • 16 godz. – przygotowanie do sprawdzianów pisemnych na konwersatoriach [^{*)} 28] • 8 godz. – przygotowanie do egzaminu [^{*)} 12] • 3 godz. – konsultacje przed egzaminem [^{*)} 3] • 3 godz. – udział w egzaminie [^{*)} 3] 			
A. Formy zajęć <ul style="list-style-type: none"> • wykład (W), • konwersatorium (K), 					
B. Sposób realizacji <ul style="list-style-type: none"> • zajęcia w sali wykładowej/dydaktycznej 					
C. Liczba godzin Wykład – 30 godzin Konwersatorium – 30 godzin ^{*)} Studia niestacjonarne: Wykład – 18 godz. (2T+16Z) Konwersatorium – 18 godzin		Łączny nakład pracy studenta: 175 godzin, co odpowiada 7 pkt. ECTS w tym <ul style="list-style-type: none"> • nakład pracy związany z zajęciami wymagającymi bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich: 30+30+10+14+3+3=90 godz., co odpowiada 3,5 pkt. ECTS; • nakład pracy związany z zajęciami o charakterze praktycznym: 30+39+14+16+8+3 = 110 godz., co odpowiada 4,5 pkt. ECTS ^{*)} na studiach niestacjonarnych: <ul style="list-style-type: none"> • nakład pracy związany z zajęciami wymagającymi bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich: 18+18+4+6+3+3=52 godz., co odpowiada 2 pkt. ECTS; • nakład pracy związany z zajęciami o charakterze praktycznym: 18+52+6+28+12+3 = 119 godz., co odpowiada 5 pkt. ECTS 			
Status przedmiotu <ul style="list-style-type: none"> • obowiązkowy 		Język wykładowy Polski			
Metody dydaktyczne <ul style="list-style-type: none"> • wykład / wykład problemowy / wykład z prezentacją multimedialną • ćwiczenia audytoryjne: dyskusja / rozwiązywanie zadań 		Forma i sposób zaliczenia oraz podst. kryteria oceny lub wymagania egzaminacyjne Na ogólnych zasadach określonych w programie kształcenia; w szczególności:			
		A. Sposób zaliczenia <ul style="list-style-type: none"> • egzamin na ocenę (W) • zaliczenie z oceną (K) 			
		B. Formy zaliczenia <ul style="list-style-type: none"> • (W) egzamin pisemny/ustny; • (K) ustalenie oceny zaliczeniowej na podstawie ocen cząstkowych otrzymywanych w trakcie trwania semestru za wystąpienia ustne i za prace pisemne. 			
		C. Podstawowe kryteria <ul style="list-style-type: none"> • (W) uzyskanie pozytywnej oceny; • (K) uzyskanie pozytywnej oceny końcowej 			
Określenie przedmiotów wprowadzających wraz z wymogami wstępnymi Należy określić: <ul style="list-style-type: none"> A. <u>Wymagania formalne</u>: brak B. <u>Wymagania wstępne</u>: znajomość analizy matematycznej, topologii oraz teorii mnogości w zakresie licencjatu 					
Cele przedmiotu Przedmiot stanowi usystematyzowane wprowadzenie do teorii miary i całki dając jednocześnie przegląd jej klasycznych rezultatów.					

Treści programowe

A. Problematyka wykładu/ B. Problematyka konwersatorium

σ -ciała zbiorów. Zbiory otwarte i domknięte na prostej. Struktura zbiorów borelowskich. Twierdzenie Heine-Borela-Lebesgue'a. • Miara. Miara probabilistyczna. Miara zewnętrzna. • Konstrukcja miary Lebesgue'a. • Aproksymacja zbiorów mierzalnych w sensie Lebesgue'a zbiorami domkniętymi i otwartymi. Przeliczalna addytywność miary. Ciągłość miary. • Funkcje mierzalne. Działania na funkcjach mierzalnych. Zbieżność funkcji mierzalnych. Twierdzenie Łuzina. Zbieżność prawie wszędzie i zbieżność według miary. • Całka funkcji nieujemnej. Przeliczalna addytywność. Całka sumy. Lemat Fatou. Twierdzenie Levi'ego o zbieżności monotonicznej. • Całka funkcji dowolnego znaku. Funkcje sumowalne. Przeliczalna addytywność i liniowość całki. • Bezzględna ciągłość całki. Twierdzenie Lebesgue'a. Twierdzenie o zbieżności zmajoryzowanej. • Związek całki Lebesgue'a z całką Riemanna. Kryterium Lebesgue'a całkowalności w sensie Riemanna. • σ -ciała produktowe. • Miary produktowe. Całka na produkcie. Twierdzenie Fubini'ego. • Funkcje przeliczalnie addytywne. Bezzględna ciągłość. Twierdzenie Radona-Nikodyma. • Przykłady zastosowań teorii miary i całki w zagadnieniach praktycznych i teoretycznych.

Wykaz literatury

A. Literatura wymagana

A.1. wykorzystywana podczas zajęć/ A.2. studiowana samodzielnie przez studenta

1. F.M. Filipczak, *Teoria miary i całki*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, 1997.
2. S. Łojasiewicz, *Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych*, PWN, Warszawa 1973.
3. P. Billingsley, *Prawdopodobieństwo i miara*, PWN, Warszawa 1987.
4. J.L. Doob, *Measure Theory*, Springer-Verlag, New York - Berlin 1994.

B. Literatura uzupełniająca

1. V. I. Bogachev, *Measure theory*, vol. I, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 2007.

E f e k t y k s z t a ł c e n i a	Wiedza			
	Symb.	Efekt	Metoda weryfikacji	Odniesienie
	W01	Student posiada pogłębioną wiedzę z teorii miary i całki, zna jej główne twierdzenia oraz rozumie rolę i znaczenie charakterystycznych dla niej metod	konwersacja/sprawdzian pisemny egzamin ustny	K_W01,02,03
	Umiejętności:			
	Symb.	Efekt	Metoda weryfikacji	Odniesienie
	U01	rozpoznaje obiekty o strukturze ciała i σ -ciała	sprawdzian pisemny/mini referat egzamin ustny	K_U01, 04, 07
	U02	wyznacza (opisuje) σ -ciało generowane przez daną rodzinę zbiorów		K_U01, 04, 07
	U03	klasyfikuje zbiory borelowskie w przestrzeniach metrycznych		K_U01, 04, 07
	U04	rozpoznaje miary zewnętrzne, miary oraz funkcje przeliczalnie addytywne		K_U01, 04, 07
	U05	stawia i weryfikuje hipotezy dotyczące własności obiektów wymienionych w U01-04		K_U01, 04, 07
U06	wyznacza miary zbiorów dla zadanych miar i przestrzeni wykorzystując poznane twierdzenia	K_U01, 04, 07		
U07	rozpoznaje funkcje mierzalne i bada ich własności	K_U01, 04, 07		
U08	wyznacza całki funkcji odpowiednich klas (względem zadanych miar, w tym produktowych) różnymi metodami, także w kontekście przejść granicznych	K_U01, 04, 07		
Kompetencje społeczne (postawy)				
Symb.	Efekt	Metoda weryfikacji	Odniesienie	
K01	zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia	konwersacja	K_K01	
K02	potrafi precyzyjnie formułować pytania, zarówno werbalnie w trakcie zajęć jak i na potrzeby agregatów wyszukujących i naukowych baz danych, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	konwersacja/ mini referat	K_K02, 06	
K03	potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień teorii miary i całki	konwersacja	K_K07	

Kontakt:

Wykaz numerów telefonicznych i adresów mailowych pracowników znajduje się na stronie Instytutu Matematyki i Informatyki:
www.math.uni.opole.pl